Обзор книги Майкла Редхеда «Неполнота, нелокальность, реализм: пролегомены к философии квантовой механики» (Кларендон: Оксфорд, 1987, 1989, 191 с.)

1. Основные определения.

М.Редхед различает **минимальную инструменталистскую интерпретацию квантовой механики и интерпретацию, дающую понимание мира.** Минимальная инструменталистская интерпретация отвечает на вопрос, как формализм квантовой механики соотносится с возможными результатами измерения и с теми статистическими частотами, с которыми эти результаты возникают, если измерение повторяется много (в принципе бесконечное число) раз. Минимальная инструменталистская интерпретация состоит из алгоритма квантизации и статистического алгоритма. Первый утверждает, что возможные результаты измерения наблюдаемой **Q** суть собственные значения соответствующего оператора Q. Второй утверждает, что вероятность того, что измерение величины Q даст q_i, если система находится в состоянии $|\psi\rangle$, равна

$$\mathrm{Prob}\,(q_i)_Q^{|\psi\rangle} = \sum_{j|q_j=q_i} |c_j|^2 = \sum_{j|q_j=q_i} |\langle q_i|\psi\rangle|^2 ,$$

где символ $(q_i)_Q^{|\psi\rangle}$ обозначает суждение, что результат измерения **Q** в состоянии $|\psi\rangle$ есть q_i и символ $\sum_{j|q_j=q_i}$ обозначает суммирование по всем величинам j, для которых $q_j=q_i$.

Минимальная инструменталистская интерпретация связывает теорию с данными наблюдения, или, как пишет Редхед, с «бруто-фактами». Однако эта интерпретация лишена самодостаточности. Например, она не отвечает на вопрос, что значит, что система находится в состоянии $|\psi\rangle$. Нужна интерпретация, говорящая, как устроен мир, стоящий за данными наблюдения. Эта интерпретация имеет привкус метафизики, но это та метафизика, к которой приходит всякий физик, задумывающийся об основаниях своей науки.

Заметим, что подобное деление интерпретаций квантовой механики встречается и у других авторов, например, у Б. Эспагната.

М. Редхед различает три интерпретации, обеспечивающие понимание мира: 1) интерпретацию в рамках программы скрытых переменных (позиция А), 2) интерпретацию диспозиций и потенциальностей (позиция В) и 3) ортодоксальная (копенгагенская) интерпретация, связанная с концепцией дополнительности (позиция С).

Чтобы провести это различение, он ставит следующий вопрос: "Пусть система не находится в собственном состоянии некоторой наблюдаемой. Что мы можем сказать о значении этой наблюдаемой для данного состояния физической системы?". Позиция А предполагает, что наблюдаемая обладает определенным значением, но это значение неизвестно; позиция В предполагает, что наблюдаемая обладает лишь нечетким, расплывчатым значением, что она характеризуется некой тенденцией иметь то или иное значение; с позиции С наблюдаемая вообще не имеет какого-либо значения. Говорить о значении наблюдаемой, когда система не находится в собственном состоянии этой наблюдаемой, неосмысленно.

В плане философских предпосылок позиция А сугубо реалистическая, она строится на отрицании идеализма и инструментализма, позиция В "совместима с реализмом и, конечно же, не дает каких-либо аргументов в пользу идеализма" (с. 49), позиция же С допускает идеалистическую и инструменталистскую интерпретацию.

С точки зрения А квантовая механика – лишь особая статистическая механика. Существует объективный мир с четко определенными свойствами, которые открывает измерение. Величины, открываемые при измерении, объективно присущи микромиру, ими наделены микрообъеты. Нет ничего неопределенного, расплывчатого или неосмысленного.

Однако эту позицию трудно провести последовательно. Надо описать динамику предполагаемых объективных свойств, причем эта динамика должна объяснить, почему невозможно приготовить состояние, в котором некоммутирующие (несовместные) наблюдаемые имели бы одновременно нулевую дисперсию.

Позиция В анонимно присутствует во многих руководствах по квантовой механике. Явно она высказывалась в поздних работах Гейзенбега. Гейзенберг указывал, что волновая функция может быть понята как потенция в смысле аристотелевской философии, потенция, которая частично переходит в действительность при проведении измерения.

Позиция В была развита в самостоятельную философскую интерпретацию квантовой механики К.Поппером, выдвинувшим пропенситивную концепцию вероятности (propensity – это предрасположенность вещи вести себя каким-то образом, внутренне присущая вещи тенденция).

Редхед не упоминает, что взгляды, близкие позиции В, высказывались в послевоенных работах В.А.Фока.

Позиция С четко выражена Н.Бором. Редхед резюмирует ее посредством следующих пяти тезисов:

1) Если система не находится в собственном состоянии соответствующего оператора, то значение наблюдаемой является принципиально неопределимым (бессмысленно спрашивать, каково значение динамической переменной).
2) Значение наблюдаемой является определенным, если его фиксирует одно из двух исключающих друг друга экспериментальных устройств, т.е. если это значение входит в состав «квантового феномена».
3) Дополнительность – отношение между взаимоисключающими «квантовыми феноменами».
4) В спецификацию «квантового феномена» входит описание соответствующего экспериментального устройства, причем это описание осуществляется на языке классической физики.
5) Отсюда не следует, что макроскопические устройства выпадают из сферы применимости квантовой механики. Макроскопическое устройство описывается классически, если оно выступает в функции прибора, если обеспечивает «наблюдение».

2. Аргумент Эйнштейна-Подольского-Розена.

В 1935 г. Эйнштейн, Подольский и Розен (далее – ЭПР) сформулировали знаменитый аргумент в пользу неполноты минимальной инструменталистской интерпретации квантовой механики. Аргумент предполагает формулирование необходимого условия полноты теории.

Необходимое условие полноты теории:

Каждый элемент физической реальности должен быть представлен в физической теории.

Идея здесь достаточно проста. Язык теории должен быть достаточно богат, чтобы каждое суждение, выражающее пробное соотношение между «элементами реальности», было бы выражено в этом языке.

Чтобы применить необходимое условие полноты теории, мы должны иметь в руках средство, позволяющее идентифицировать элемент физической реальности.

ЭПР ввели достаточное условие элемента физической реальности, которое дается ниже в несколько модифицированной форме.

Достаточное условие физической реальности:

Если мы можем предсказать с достоверностью, или по крайней мере с вероятностью, равной единице, тот результат, который даст измерение некоторой физической величины в момент времени t, то в данный момент существует элемент реальности, соответствующий этой физической величине и имеющий значение, равное предсказанному результату.

Этому критерию нельзя отказать в разумности. Он оправдывается правилом, получившим название «Вывод к наилучшему объяснению». Наилучшее объяснение того, почему в момент времени t мы можем предсказать результат измерения, состоит в том, что в этот момент существует элемент реальности, имеющий предсказываемую величину и находящийся в сфере применения теории, из которой исходит предсказание. Измерение, словом, только открывает этот элемент реальности.

Обозначим через [Q] величину элемента реальности, соответствующего наблюдаемой Q. Мы будем также использовать [Q] для обозначения самого элемента реальности. Повторим три позиции в отношении интерпретации квантовой механики. Позиция A утверждает, что [Q] существует во все моменты времени во всех квантовых состояниях и для всех наблюдаемых. В свою очередь позиции B и C утверждают, что [Q] не существует, если система не находится в собственном состоянии Q.

Поскольку [Q] частично зависит от того, в каком конкретном квантовом состоянии находится система, обозначим через $[Q]^{|\psi>}$ то значение Q, которое эта наблюдаемая принимает в состоянии $|\psi>$. Тогда мы можем, используя достаточный критерий реальности, сформулировать правило, которое мы назовем **правилом собственного вектора**:

$[Q]^{|q_i>} = q_i,$

где $|q_i>$ как обычно обозначает iтый собственный вектор Q, принадлежащий собственному значению q_i.

Правило собственного вектора показывает, что при любой интерпретации квантовой механики, если мы принимаем Дост. Усл. Элем. Реальности, то гарантируем, что в собственном состоянии **Q** всегда существует элемент реальности, соответствующий Q, и его величина равна соответствующему собственному значению.

Рассмотрим квантовую систему, состоящую из двух частиц со спинами ½, в синглетном состоянии их суммарного спина и находящихся настолько далеко друг от друга, что их пространственные волновые функции практически не перекрываются. Это спиновое состояние дается следующей формулой:

$|\Psi\ \text{singlet}\rangle = 1/\sqrt{2}\,(|\alpha(1)\rangle\,|\beta(2)\rangle - |\beta(1)\rangle|\alpha(2)\rangle)$,

где

$|\alpha(1)\rangle = |\sigma_{1z}=+1\rangle$

$|\beta(1)\rangle = |\sigma_{1z}=-1\rangle$

$|\alpha(2)\rangle = |\sigma_{2z}=+1\rangle$

$|\beta(2)\rangle = |\sigma_{2z}=-1\rangle$.

Для состояния $|\Psi$ singlet$\rangle$ легко подсчитать условную вероятность получения результата +1 при измерении σ_{2z}, если результат измерения σ_{1z} есть –1.

$$\mathrm{Prob}(\sigma_{2z}=1/\sigma_{1z}=-1) = \frac{\mathrm{Prob}(+1,-1)_{\sigma_{1z}\sigma_{2z}}^{|\Psi\ \text{singlet}\rangle}}{\mathrm{Prob}(-1)_{\sigma_{1z}}^{|\Psi\ \text{singlet}\rangle}} = 1/2/1/2 = 1$$

Аналогично $\mathrm{Prob}(\sigma_{1z}=-1/\sigma_{2z}=1) = 1$.

Последние два уравнения выражают то, что называют зеркальной корреляцией, встроенной в $|\Psi$ singlet$\rangle$. Измеряя σ_{1z}, мы можем предсказать, что следующее измерение σ_{2z} даст противоположный результат. Введем в действие временные последовательности измерений. Если мы измеряем σ_{1z} при t_1, то мы можем предсказать значение σ_{2z} при $t_2 > t_1$. Мы, опираясь на критерий реальности, можем, стало быть, вывести, что $[\sigma_{2z}]$ существует во всякое время $t_2 > t_1$. Пусть в момент t_1 мы провели идеальное измерение σ_{1z} и получили значение +1. Состояние системы из двух частиц после измерения стало, следовательно, $\alpha(1)\rangle\ |\beta(2)\rangle$. Это собственное состояние σ_{2z} с собственным значением –1, что соответствует факту, что мы можем предсказать, что результатом измерения σ_{2z} будет –1, и вывести, опираясь на условие реальности, что существует элемент реальности $[\sigma_{2z}]$. Продвинемся в наших рассуждениях несколько дальше: мы утверждаем, что можно спроектировать существование [σ_{2z}] на момент времени t_3, предшествующий t_1, т.е. на то время, когда состоянием системы было $|\Psi$ singlet>. Чтобы сделать это, используем **принцип локальности**:

Элемент реальности, принадлежащий одной из систем, не может испытывать воздействие измерения, проведенного на расстоянии над другой из систем.

Термин «на расстоянии» может пониматься в двух смыслах, соответствующих локальности по Беллу и локальности по Эйнштейну. Для первой «на расстоянии» означает отсутствие причинного воздействия, признаваемого обычными физическими теориями. Для второй «на расстоянии» означает пространственно подобное разделение двух пространственно-временных областей – области, где существует элемент реальности, и области, где имеет место измерение.

Если мы принимаем, что специальная теория относительности ведет к эйнштейновской локальности, то мы принимаем не только отсутствие какого-либо известного нам причинного влияния, но также и то, что вообще элемент реальности не может испытать причинное воздействие, проистекающего из акта удаленного измерения и совместимого с требованиями специальной теории относительности.

Применим теперь критерий локальности к элементу реальности [σ_{2z}], существующему в момент времени t_1. Мы видим, что измерение σ_{1z} не ведет к каким-либо изменениям в нем, иными словами, можно утверждать существование [σ_{2z}] с величиной, скажем, -1 в моменты времени, предшествующие t_1. Однако, поскольку при $t_3 < t_1$ состояние системы есть $|\Psi$ singlet>, не являющееся собственным состоянием σ_{2z}, то, что мы получили это существование [σ_{2z}]в условиях несуществования σ_{2z}. Мы, таким образом, получили, что при специальном выборе [Q]и ψ>,$[Q]^{|\psi>}$ существует даже тогда, когда $|\psi>$ не является собственным состоянием Q. И теперь, прибегая к Необх. Критерию Полноты, мы заключаем, что минимальная инструменталистская интерпретация квантовой механики неполна, так как тогда, когда система не находится в собственном состоянии Q, эта интерпретация ничего не говорит о [Q]. Более того, такие интерпретации квантовой механики, как B и C, вообще отрицают, что [Q] существует при таких обстоятельствах.

ЭПР аргумент, стало быть, может быть представлен в форме:

$F \wedge L \rightarrow$ Incompleteness, Где F обозначает формализм квантовой механики вместе с ее минимальной инструменталистской интерпретацией, а L – принцип локальности. Эта формула может быть переписана в форме, которую мы назовем **дилеммой Эйнштейна**:

$F \rightarrow \neg L \vee$ Incompleteness.

Эта дилемма говорит, что если мы принимаем формализм квантовой механики как справедливый на чисто инструментальном уровне, то мы либо должны сдать локальность, либо признать его неполноту.

3. Неравенство Белла

В предыдущей главе мы сформулировали дилемму Эйнштейна, согласно которой минимальная инструментальная интерпретация F (формализма) квантовой механики либо имплицирует нелокальность, либо квантовая механика неполна. Эйнштейн, как мы видели, выбрал неполноту и заключил, что во всяком случае в некоторых состояниях наблюдаемые обладают точными значениями, несмотря на то, что эти состояния не являются их собственными состояниями. Отсюда вытекала программа пополнения QM, обозначенная выше как точка зрения A. Вспомним, что с точки зрения A все наблюдаемые во всех состояниях имеют точные значения. Однако Дж. Белл в статье, опубликованной в 1964 г., показал, что позиция A в соединении с принципом локальности, соответствующим этой позиции (мы обозначим его LOC_3), при небольшой модификации ЭПР аргумента в его бомовской версии ведет к некоему неравенству между измеримыми корреляционными коэффициентами. А это неравенство, которое сейчас обычно называется неравенством Белла, оказывается в противоречии (при широком интервале условий) с предсказаниями формализма (далее – F).

Здесь возникают два вопроса. Во-первых, логически возможно, что последовательная интерпретация F с позиции A не может быть строго проведена, если принцип локальности, используемый при выводе неравенства Белла (LOC_3), не нарушается. Иными словами, выбирая неполноту в эйнштейновской дилемме, мы тем не менее не избегаем нелокальности и оказываемся в ловушке нарушения LOC_3.

Второй вопрос о том, согласуются ли действительно предсказания F для специфической установки, предполагаемой Беллом, с экспериментом. Возможно, что неравенство Белла не противоречит эксперименту, так что позиция А и LOC_3 могут быть поддержаны, а F сам по себе ложен.

Приступим теперь к более детальной разработке этого круга идей. Во-первых, установим принцип локальности, соответствующий позиции А.

LOC_3:

Точное значение наблюдаемой не может перейти в другое точное значение из-за изменений в настройке удаленной части аппаратуры.

Давайте посмотрим, как позиция А, оснащенная LOC_3, ведет к неравенству Белла. В оригинальном доказательстве, данном Беллом, была использована позиция А в версии скрытых переменных. Но, как отмечалось, эта версия предполагает дополнительное допущение, идущее дальше допущения о существовании точных значений наблюдаемых во всех состояниях. В частности, подход скрытых переменных связывает нас с существованием совместных вероятностей для несовместных наблюдаемых. Этому "скрытому" допущению могла бы быть инкриминирована ответственность за неравенство Белла, в то время как допущение локальности осталось бы неуязвленным. Важно, однако, заметить, что доказательство неравенства Белла может быть проведено без привлечения этого аппарата скрытых переменных - без использования допущения о совместных вероятностных распределениях для несовместных наблюдаемых.

Рассмотрим снова бомовскую версию ЭПР аргумента. Две частицы с полуцелым спином испускаются источником S, образуя синглетное спиновое состояние, и двигаются в противоположных направлениях к двум измерителям спина, которые могут измерять проекцию спина каждой из частиц вдоль любого заданного направления. Мы будем рассматривать два направления или две "настройки" для каждого измерителя спина, скажем, $\mathbf{a}$ и $\mathbf{a^1}$ для А и $\mathbf{b}$ и $\mathbf{b^1}$ для В. Возьмем n-ную пару частиц, испущенную источником, и обозначим как a_n проекцию спина частицы А (т.е. частицы, перемещающейся к измерителю А) на направление **a,** выраженную в единицах $\hbar/2$, (измеритель установлен параллельно **a)**. Распространим очевидным образом это обозначение и введем a_n^1, b_n и b_n^1. Из квантовой механики следует, что эти величины всегда заключены в пределах +1, -1. Ведь измерение просто раскрывает их значения.

a a^1 $\qquad\qquad\qquad\qquad$ b b^1

\ / $\quad$ (+1,-1) $\qquad$ (+1, -1) $\quad$ \ /

□ ----←-------- ○ ------→---- □

A S B

Рис.1

Ситуация очерчена на рис. 1, где две настройки каждого измерителя спина указаны соответствующими положениями «джостика», помеченными как **a, a**$\mathbf{a}^{1}$, **b** и $\mathbf{b}^{1}$. Образуем теперь выражение:

$\gamma_n = a_n b_n + a_n b_n^1 + a_n^1 b_n - a_n^1 b_n^1$ (1).

Ясно, что γ_n имеет только целые значения, лежащие в интервале между –4 и +4. Хитрость состоит в том, что четвертый член (со знаком минус) равен произведению первых трех. Действительно:

$a_n b_n \cdot a_n b_n^1 \cdot a_n^1 b_n = a_n b_n \cdot a_n^1 b_n^1 = a_n^1 b_n^1$ (1)

Отсюда следует, что значение γ_n либо +2, либо –2. Это подтверждает следующий простой аргумент. Запишем (1) как

$\gamma_n = a_n(b_n + b_n^1) + a_n^1(b_n - b_n^1)$ (2)

b_n и b_n^1 должны иметь противоположные знаки или тот же самый знак. Это значит, что только один член этого равенства не равен нулю и его значение либо 2, либо –2.

Теперь рассмотрим n событий и образуем выражение:

$\left|(1/N)\sum\gamma_n\right| = \left|(1/N)\sum a_n b_n + \sum(1/N)a_n b_n^1 + \sum(1/N)a_n^1 b_n - \sum(1/N)a_n^1 b_n^1\right|$

Поскольку γ_n равно либо +2, либо –2 для всех n, это выражение либо меньше 2, либо равно 2.

Определим корреляционные коэффициенты:

$C(\mathbf{a},\mathbf{b}) = \lim (1/N)\sum a_n b_n$ (3)

$C(\mathbf{a},\mathbf{b^1}) = \lim (1/N)\sum a_n b_n^1$

$C(\mathbf{a}^1,\mathbf{b}) = \lim (1/N)\sum a_n^1 b_n$

$C(\mathbf{a^1},\mathbf{b^1}) = \lim (1/N)\sum a_n^1 b_n^1$

Тогда в пределе $N \to \infty$ заключаем

$\left|C(\mathbf{a},\mathbf{b}) + C(\mathbf{a},\mathbf{b^1}) + C(\mathbf{a^1},\mathbf{b}) - C(\mathbf{a^1},\mathbf{b^1})\right| \leq 2$ (4)

Последнее неравенство – одна из форм неравенства Белла.

Если мы вспомним, что $\bar{a}_n$, $\overline{b_n}$, $\overline{a'_n}$ и $\overline{b}'_n$ все равны нулю для $|\Psi$ singlet> и моменты $\overline{(a_n - \bar{a}_n)^2}$ и т.д. все равны единице, то определение корреляционных коэффициентов, данное в (3), согласуется с обычным их определением в статистике, состоящем в том, что корреляционный коэффициент между двумя статистическими переменными a_n, b_n вообще говоря дается следующей формулой:

$$\frac{\overline{(a_n-\bar{a}_n)(b_n-\bar{b}_n)}}{\left(\overline{(a_n-\bar{a}_n)^2}\circ\overline{(b_n-\bar{b}_n)^2}\right)^{1/2}},$$

где черта сверху обозначает среднее, или математическое ожидание.

Теперь легко показать при подходящем выборе направлений **a, a^1, b** и **b^1**, что QM предсказания корреляционных коэффициентов нарушает неравенство Белла. Мы уже провели необходимые расчеты в главе 1 (см. приложение). Таким образом из уравнения 1.105 мы сразу получаем

C(**a**,**b**)= - cosθab, (5)

где θ - угол между направлениями а и в. Аналогично

C(**a**,**b^1**)= - cosθab^1

C(**a**^{1},**b**)= - cosθa^{1}b (6)

C(**a^1**,**b^1**)= - cosθa^{1}b^1

Выберем направления **a**,**в, a^1**,**b^1** компланарными и пусть **a** будет параллельным в, а θab^1 =θa^{1}b = ф и θa^{1}b^1 = 2ф. (Компланарными называются векторы, которые, будучи отложенными от одной прямой, лежат в одной плоскости.) Для таких специальных направлений неравенство Белла будет выполняться функцией F(Ф), вытекающей из квантовой механики

F(Ф)= $|$ 1+ 2 cosф – cos 2ф$|$ < 2.

Однако неравенство Белла нарушается для всех значений ф между 0^0 и 90^0. Легко проверить, что максимальное значение для F(Ф)равно 2,5 и достигается для ф = 60^0.

Поучительно рассмотреть классический пример корреляции, в котором неравенство Белла, конечно же, выполняется. Рассмотрим два волчка, вращающиеся (spin) с моментами импульса **J** и - **J** относительно их общей оси, так что общий момент импульса системы равен 0, как в точности спин в только разобранном квантово-механическом примере. Теперь пусть два волчка разлетаются в противоположных направлениях и мы измеряем знак компонента каждого из моментов импульса вдоль произвольных направлений **a** (первый волчок) и **b**(второй волчок). Рассмотрим теперь ансамбль таких "волчок-ось" систем с осями, распределенными изотропно в пространстве, и пусть a_n и b_n - знаки компонентов моментов импульса для n-ной оси. В результате a_n и b_n равны ±1, как и в квантовом случае.

Если мы нарисуем экваториальные круги на единичной сфере, чьи плоскости перпендикулярны к **a** и **b**, поверхность сферы разделится на четыре лунки с апертурами θab, π-θab, θab и π-θab. Если ось протыкает сферу в области двух заштрихованных лунок апертуры θab, то $a_n b_n$ равны +1, если же она протыкает сферу в области двух незаштрихованных лунок с апертурой π-θab, то $a_n b_n$ равна –1. При изотропном распределении осевых направлений мы получаем простой результат

$$C(\mathbf{a},\mathbf{b}) = \overline{a_n b_n} = \frac{2\theta ab(+1) + 2(\pi - \theta ab)(-1)}{2\pi} = -1 + \frac{2\theta ab}{\pi}$$

При специальном выборе четырех направлений **а**,**в, а^1**,**b^1** , легко проверить, что левая часть неравенства Белла оказывается равной 2, так что в этом частном примере неравенство Белла насыщается, но не нарушается.

Почему неравенство Белла нарушается в квантовой механике? Причина состоит в зависимости корреляционных коэффициентов, определенных в уравнении (5) и (6), от углов. Сравнивая (5) и (8), отмечаем, что для малого θab предсказание зависит от полной антикорреляции более сильно, чем в классическом случае. Так из (5)

$$C(a,в) = -\cos\theta ab \cong -1 + 1/2\theta ab^2 \ldots$$

Так что декорреляция пропорциональна θab^2 , а не θab , как определено в (8).

Существенная составляющая доказательства неравенства Белла - допущение LOC_3. Например, мы допустили, что значение a_n то же самое, измеряем ли мы b_n или b_n^1, что изменение в положении джойстика в измерителе спина B от **в к b^1** не влияет на величину a_n, которую "открывает" измеритель спина A, чей джойстик установлен в направлении **а**. Это означает, что оба вхождения a_n в выражение (1) для γ_n имеют одну и ту же величину, аналогично обстоит дело и с b_n, a_n^1, и b_n^1. Это решающий момент в доказательстве того, что $\gamma_n = \pm 2$. Заметим, что определение a_n, однако, допускает зависимость проекции спина A-частицы, параллельной **а**, от настройки измерителя спина A.

В проверку неравенства Белла (в представленной выше форме) вовлечены четыре отдельных корреляционных эксперимента. Каждый из них комбинирует настройки **a** с **b**, **a** с $\mathbf{b^1}$, $\mathbf{a^1}$ с **b** и $\mathbf{a^1}$ с $\mathbf{b^1}$ соответственно. Мы рассматриваем эти четыре эксперимента как взаимно исключающие в том смысле, что каждая рукоятка может иметь только одну позицию для данного эксперимента, так что мы строго придерживаемся здесь того, что несовместные наблюдаемые не могут измеряться одновременно. Тем не менее мы допускаем, что a_n, a_n^1, b_n и b_n^1 все вместе имеют определенные значения, которые могут быть измерены одновременно парами: a_n с b_n , a_n с b_n^1 , a_n^1 с b_n и a_n^1 с b_n^1.

Мы иллюстрируем то, что происходит посредством таблицы значений a_n, a_n^1, b_n и b_n^1, в которой четыре корреляционных эксперимента обозначены I, II , Ш, и IV. Каждое из четырех значений попадает дважды в один из рядов таблицы, так как оно фигурирует в двух корреляционных экспериментах. Мы обозначаем как **Matching Condition** тот факт, что эти два появления имеют одно и то же численное значение (что изображено повторением символов # и т.д. на рис. 13). Matching Condition существенно включает допущение LOC_3. Каждая пара колонок для данного корреляционного эксперимента позволяет нам рассчитать в пределе $n \rightarrow \infty$ корреляционный коэффициент в отношении тех значений, которыми обладают коррелируемые величины, используя все n.

N	a_n	b_n	A_n	b_n'	a_n'	b_n	an'	b_n'
1	#	*	#	□	°	*	°	□
2								
3								
. . .								

$C(\mathbf{a},\mathbf{b})$ $C(\mathbf{a},\mathbf{b^1})$ $C(\mathbf{a^1},\mathbf{b})$ $C(\mathbf{a^1},\mathbf{b^1})$

Важно подчеркнуть здесь, что присущие значения, вообще говоря, **контрфактуально** присущи. Так, если измеритель спина A установлен параллельно **a** , а измеритель спина B установлен параллельно **b**, то вхождения a_n и b_n в первые две колонки имеют те значения, которыми эти величины действительно обладают. Однако, каков статус значения a_n в третьей колонке? Это то значение, которым проекция спина a_n обладала бы, если бы измеритель B был установлен параллельно $\mathbf{b^1}$, а не **b**. Мы покажем дальше, что эта контрфактуальность не ведет к какой-либо трудности при допущении детерминизма, т.е. тогда, когда a_n, a_n^1, b_n и b_n^1 детерминистически относятся к общему "скрытому" состоянию двух частиц, исходящих из источника. Но мы также покажем, что если мы сдаем детерминизм, то ссылка на LOC3 уже не легитимирует Matching Condition. Итак, мы раскрыли одно "скрытое" допущение в доказательстве неравенства Белла - детерминизм.

Имеется, однако, другие допущения, которые мы должны теперь эксплицировать. Чтобы провести корреляционные эксперименты, мы должны выполнить отбор из последовательности присущих (вообще говоря, контрфактуально) значений, которые говорят нам, какие значения n следует брать, чтобы провести измерение (I, II, Ш или IV). Мы можем развести два допущения, которые мы молчаливо делаем:

1. Предельные частоты, которые мы рассчитываем при некоторой выборке, суть те, которые рассчитываются, когда n пробегает все свои значения.

2. Корреляционные коэффициенты, рассчитываемые в отношении измеренных значений, суть те же самые, что и коэффициенты, рассчитываемые в отношении этих отобранных значений.

Первое допущение, которое мы обозначаем как допущение иррегулярности, состоит просто в том, что каждая из последовательностей a_n тых, b_n тых и т.д. есть иррегулярная последовательность (в смысле Чёрча - фон Мизеса), если мы полагаем, что отбор операций измерения подчиняется некоему эффективно вычисляемому правилу. Более того, эти последовательности остаются иррегулярными, когда мы ограничены любыми специфическими значениями свойств, присущих частице, приходящей на противоположное крыло аппаратуры. Это необходимо, чтобы удостовериться, что последовательность типа $\{a_n b_n\}$ иррегулярна в дополнении к иррегулярности $\{a_n\}$ и $\{b_n\}$.

Второе допущение оправдывается **принципом правдивого измерения** (Faithful Measurement - FM). Результат измерения численно равен величине, которой наблюдаемая обладала непосредственно до измерения. Отметим, что хотя допустимо, что FM вполне истинен, т.е. каждый раз, когда мы делаем измерение, мы открываем то, что есть, частотное распределение измеряемых величин может быть не равным частотному распределению значений, присущих величинам, полученному без всякого отбора, ибо выборка при измерении может исказить исходное распределение. Но в таком случае возникла бы примечательная секретность этой части природы, что явно несовместимо со свободой экспериментатора выбирать, какие значения, присущие измеряемой величине, делать предметом измерения и, в частности, оговаривать правило селективных измерительных процедур.

Теперь мы можем собрать наши различные допущения воедино и написать схематически:

Позиция А + LOC_3 + Детерминизм + Иррегулярность + FM $\rightarrow$ Неравенство Белла.

Взглянув на этот груз допущений, сделанных при доказательстве неравенства Белла, ощущаешь беспокойство. Не противоречит ли детерминизм иррегулярности? Детерминизм говорит, что значения проекций спина непосредственно до измерения детерминистично соотнесены с состоянием двух частиц, произведенных источником, в то время как иррегулярность говорит, что последовательность возникающих друг за другом значений a_n случайная. Но даже если состояния источника детерминистически производятся из предыдущих состояний системы, исходы измерений могут образовывать иррегулярную последовательность. Дело в том, что детерминация не обязательно определена неким правилом, которое эффективно вычислимо. Иррегулярность в смысле Чёрча - фон Мизеса совместима с **онтологическим детерминизмом** - при заданном состоянии в некоторый момент времени возникает единственное состояние в более позднее время, но несовместима с **прагматическим детерминизмом**, что предсказание будущих состояний может быть эффективно рассчитано.

Мы подчеркнули пока лишь допущения, которые сделаны при доказательстве неравенства Белла. Не менее важны, однако, допущения, которые не были сделаны:

1. Мы не допускали, что a_n и a_n^1, например, имеют определенное совместное вероятностное распределение. Корреляционные функции, реально используемые в выводе неравенства Белла, всегда относятся к совместным (коммутирующим) наблюдаемым. В частности, мы не принимаем, что $\frac{1}{N}\sum_{n=1}^{N} a_n a_n^1$ имеет определенный предел при $N \rightarrow \infty$.

2. В противоположность двум авторам (Броуди и де ла Пена-Ауербах --Brody T.A.,de la Pena-Auerbach. Real and Imagined Nonlocalities in Quantum Mechanics, *Il Nuovo Cimento*, 1980, 54B, pp. 455-462), мы не допускаем, что a_n и a_n^1 могут быть измерены одновременно.

4. **Контрафактуальность и индетерминизм.**

В этой секции мы обсудим вопрос о том, блокирует ли вывод неравенства Белла отказ от детерминизма. Мы начнем с того, что резюмируем аргументацию Стапа и Эберхарда о том, что доказательство неравенства Белла может быть дано полностью в терминах действительных и возможных результатов измерений, т.е. реакций макроскопической измерительной аппаратуры, т.е. в терминах, которые нейтральны в отношении возможных интерпретаций QM, таких как вышеупомянутые позиции A, B и C. Допущение локальности, использованное в этом типе аргумента (мы обозначим его $\mathbf{LOC_4}$) формулируется следующим образом:

$\mathbf{LOC_4}$

Макроскопический объект не может изменить свое классическое состояние путем изменений в настройке удаленной единицы аппаратуры. Появляющаяся теорема может быть представлена:

$\mathbf{LOC_4} \rightarrow$ Bell Inequality (10)

Если этот результат мог бы быть установлен, он означал бы эффективное и полное доказательство нелокальности в QM. Схематически оно могло бы выглядеть следующим образом:

$$F \rightarrow \sim(\text{Bell}) \rightarrow \sim(LOC_4) \quad (11)$$

Причем этот результат был бы применим, например, также к точке зрения B, а не только к точке зрения A. Мы уже видели (секция об ЭПР аргументе), что точка зрения B имплицирует нарушение LOC_1. Но (10) продемонстрировало, что точка зрения B также включает нарушение $\mathbf{LOC_4}$. Другими словами, нам теперь не нужно проходить через ЭПР аргумент и, плюс к тому, аргумент от неравенства Белла, чтобы продемонстрировать нелокальность квантовой механики. Более того, выход из дилеммы Эйнштейна, обеспеченный точкой зрения A, будет также блокирован, ибо не только LOC_2 была бы нарушена (что приемлемо), но и LOC_4 (что неприемлемо).

Давайте теперь попытаемся, следуя идеям Стапа и Эберхарда, доказать (10). Мы начнем с того, что примем математику предыдущей секции, но соответствующим образом изменим определение символов a_n, a'_n, b_n и b'_n. Мы интерпретируем эти значения теперь не как присущие характеристикам микросистем, а как реакции макроскопических измерителей спина, которые установлены, чтобы измерять эти величины. Таким образом, a_n = отклик A-измерителя, когда он установлен, чтобы измерять $\mathbf{\acute{o}}(A) * \mathbf{a}$ для n-ной пары частиц, испущенных источником. Аналогично переинтерпретируем a'_n, b_n и b'_n. Но так как четыре корреляционных эксперимента I, II, Ш и IV взаимно исключают друг друга, мы должны рассуждать контрфактуально.

a_n = реакция А-измерителя, которая возникала бы, если бы были выполнены эксперимент I или эксперимент II.

Вспомним, что существенным условием вывода неравенства Белла было Matching Condition. Применительно к a_n оно говорит, что результат, зафиксированный измерителем А, независим от того выполнен ли эксперимент I или эксперимент II. Но эти эксперименты различаются лишь настройкой удаленных единиц аппаратуры - измерителя спина В. Таким образом Matching Condition возникло бы и, стало быть, неравенство Белла было бы доказано, если бы был выполнен **принцип локальной контрфактуальной определенности** (Principle Local Counterfactual Definiteness - PLCD).

Принцип локальной контрфактуальной определенности (Principle Local Counterfactual Definiteness - PLCD):

Результат эксперимента, который мог бы быть выполнен над микроскопической системой, имеет определенное значение, которое не зависит от настройки удаленной единицы аппаратуры.

Ясно теперь, что, опуская условие иррегулярности, включенное в доказательство, мы приходим:

PLCD $\rightarrow$Неравенство Белла (12).

Пусть теперь мы могли бы доказать, что

$LOC_4 \rightarrow$ PLCD (13).

Тогда из (13) и (12) мы сразу получили бы результат, который мы пытаемся доказать, т.е. (10).

При рассуждении от противного (13) утверждает, что нарушение PLCD имплицирует нарушение LOC_4. Это решающее утверждение, которое мы хотим проверить. Рассмотрим два простых мысленных эксперимента.

Первый: часы расположены на одном из концов стола. В момент времени t_2, скажем, в 9 часов, часы бьют. Я стою по другой конец стола и в момент времени t_1, скажем, за 1 секунду до 9 часов, поднимаю руку. Я задаю вопрос: "Если бы я не поднял руку, когда было t_1, пробили бы часы в t_2?". Не допуская мистических связей между моей рукой и механизмом часов, интуитивно корректный ответ на этот контрфактуальный вопрос будет: "Да", что соответствует PLCD. Более того, если часы не пробили бы в t_2 в том случае, если я не поднял руку, когда исполнилось t_1, то я полагаю у нас есть основание заключить, что макроскопическое поведение часов должно зависеть от удаленного движения моей руки, т.е. допустить нарушение LOC_4.

Давайте сравним это заключение с тем, что происходит во втором мысленном эксперименте. Здесь часы заменены атомом радия, который распадается в момент времени t_2. Снова в момент t_1 непосредственно перед t_2 я поднимаю руку. Вопрос, который я теперь задаю, таков: "Если бы я не поднял руку в t_1, распался бы атом в t2?". В этом случае ответ на вопрос не очевиден. Пусть распад радия - действительно индетерминистический процесс, тогда, если я представляю еще раз весь ход событий, но без поднятия руки, я могу представить, что в момент t_2 атом не распался. Или возьмем слегка отличный пример, пусть я поставил на номер 17 в игре в рулетку (действительно индетерминистическую), а номер 16 выпал. Имею ли я право сказать: "Если бы я поставил на 16, то я выиграл бы"? Здесь находится средоточие многих философских споров, но очевидно, что ситуация с атомом радия и рулеткой отлична от детерминистической ситуации с часами.

Достаточно распространен анализ условий истинности контрфактуальных предложений в терминах возможных миров. Давайте применим этого рода анализ к контрфактуальному предложению ф $\mapsto$ ψ, где ф обозначает условие, что я не поднимаю руку в момент t_1, ψ - ситуацию, состоящую в том, что атом распался в момент t_2, а $\mapsto$ принятый символ для обозначения контрфактуального условия.

Пусть мир, в котором я поднял руку в t_2 и атом распался в t_1, обозначен как Wi. Пусть возможны миры Wj, где j - переменная, упорядочены по ранжиру "близости" к миру Wi. Более определенно: мы собираем все миры в классы, где каждый класс состоит из миров, "равно отстоящих" от мира Wi, и, кроме того, упорядочиваем эти классы в отношении их "расстояния" от Wi. Если We - расположен ближе к Wi, чем Wk, я пишу We < Wk. В этих терминах ф $\mapsto$ ψ предстает как

$$\exists Wk[\exists Wl((Wl<Wk)\wedge Wl(\phi))\wedge\forall Wj((Wj<Wk)\rightarrow(Wj(\phi)\rightarrow Wj(\psi)))]$$

(миры Wj, Wk и Wl упорядочены в отношении мира Wi).

Таким образом контрфактуальное условное предложение $\mapsto$ сведено к материальному условному предложению $\rightarrow$. Wp (ф) обозначает, что ф истинно в Wp. Мы допускаем, следовательно,

~Wi(ф). Словами: существует мир, достаточно близкий к Wi, причем такой, что существуют некоторые миры, более близкие к Wi, в которых ф выполняется и такой, что для любого такого мира ψ выполняется.

Возьмем пример, приведенный Д. Левисом (Lewis) в книге "Контрфактуальные предложения". Если кенгуру не имеет хвоста, он падает. Это материальное условное предложение не обязано выполняться в мирах, достаточно далеких от Wi, т.е. в мирах, где кенгуру опирается на костыль.

В нашем мире существенно время: мы рассматриваем временное контрфактуальное предложение. Важно, что здесь определение "достаточно близкий" должно относиться к состояниям мира вплоть до, но не включая t_2 - т.е. мы не должны включать факт, касающийся ψ в момент времени t_2, как часть определения достаточно близкого мира. Это надо оговорить, чтобы рассмотреть контрпример следующего вида: "Если бы я нажал на выключатель в момент t_1, водородная бомба взорвалась в момент t_2". Если я включу в определение достаточно близкого мира то, что случится после взрыва, это положение оказывается ложным, в то время как положение "если бы я нажал на кнопку, кнопка была бы вдавлена" оказывается истинным, ибо вдавленная кнопка более близка к реальному миру, чем нечто полностью разрушенное взрывом водородной бомбы! Это крайне контринтуитивно, и мы можем работать с контрфактуальностью, ограничивая описания "достаточно близкими" к состояниям мира, приближающимся к t_2, но не захватывающим t_2.

Переходя к содержательному анализу, рассмотрим мир, который отличается от действительного мира только в том факте, что ф достигается в этом альтернативном мире, но не достигается в действительном, все же остальное, включая законы природы, остается тем же самым, и мы позволяем событиям течь вплоть до момента времени t_2. Мы спрашиваем: "Должен ли теперь произойти ψ в момент t_2?". Однако, если появление ψ существенно вероятностное, то отсутствует необходимость того, что ψ произойдет в момент t_2 в альтернативном мире. В этом нет парадокса. Это просто то, что мы подразумеваем говоря, что появление ψ индетерминистично (существенно вероятностно). Мы просто не можем так улучшить описание мира в период, предшествующий t_2, что ψ возникнет принудительно при t_2. Если бы такое описание было возможно, то ψ было бы детерминировано.

Возвращаясь к нашему исходному примеру, заметим, что тот факт, что задержка руки внизу в момент t_1 позволяет атому не распадаться в момент t2, не имеет ничего общего с нарушением локальности, в частности LOC_4, состоящей в том, что распад атома используется, чтобы запустить некоторый макроскопический регистрирующий прибор. Этот факт просто требует признания того, что имеется в виду в утверждении, что распад атома - индетерминистический процесс. Таким образом в PLCD ложно то значение, которое придается слову "определенный". Исход существенно индетерминистической ситуации определен в том смысле, что все где-то как-то, в каком-либо возможном мире, имеет определенный исход. Он, однако, не является определенным в том смысле, что он не только определен (determinate), т. е. с необходимостью либо истинен, либо ложен, но и детерминирован (determine), т. е. обусловлен либо с необходимой истинностью, либо с необходимой ложностью всякой возможной спецификацией того, что происходит в мире до появления этого конкретного исхода.

Заключение этого обсуждения: если мы допускаем детерминизм, PLCD - значащий принцип, который может быть легитимирован обращением к LOC_4. При таком допущении нарушение неравенства Белла показывает, что LOC_4 нарушена. Действительно, если значение, которым обладает величина, может измениться при некотором удаленном действии и если это значение детерминистически связано с макроскопическим регистрирующим прибором, обеспечивающим показ результата измерения, то состояние регистратора может быть изменено "на расстоянии". Иными словами, LOC_4 выполняется, если и только если выполняется LOC_3, так что нарушение LOC_3 обязывает нас утверждать нарушение LOC_4.

Однако при индетерминистическом подходе, который, скажем, имеется в виду в позиции B, весьма сомнительно можно ли принять PLCD, ссылаясь на $LOC_{4.}$ Но если PLCD не проходит, то доказательство Стапа и Эберхарда не имеет той общности, на которую оно претендует.

Литература

Belinfante F.J. A Survey of Hidden-Variable Theories. Oxford: Pergamon Press, 1973.

Bell J.S. On the Einstein-Podolsky-Rosen Paradox, Physics I. P. 195-200. 1964.

Bell J.S. Speakable and Unspeakable in Quantum Mechanics. Cambridge: Cambridge University Press, 1987.

Brody T.A. and DE LA Pena-Auerbach L. Real and Imagined Nonlocalities in Quantum Mechanics, I1 Nuovo Cimento 54B. P. 455-462. 1979.

Eberhard P.H. Bell's Theorem without Hidden Variables, I1 Nuovo Cimento 38B. P. 75-80. 1977.

D'Espagnat Bernard. *Conceptual Foundations of Quantum Mechanics*. W.A.Benjamin, Inc.: Reading (Mass.). 1976ю

Lewis D. Counterfactuals. Oxford: Blackwell, 1973.

Redhead M. Incompleteness, Nonlocality and Realism. Oxford: Clarendon, 1989.

Stapp H. S-Matrix Interpretation of Quantum Theory, Physical Review D3. P. 1303-1320.

Приложение

Угловой момент сложной системы.

Чтобы описать состояния двухчастичной системы, нам надо использовать тензорное произведение гильбертовых пространств. Рассмотрим, как найти собственные векторы и собственные значения суммарного момента импульса двух частиц **S** исходя собственных векторов и значений моментов импульса $\mathbf{S_1}$ и $\mathbf{S_2}$ составляющих частиц. Ограничимся синглетным состоянием двух частиц с полуцелым спином. Здесь s=0 и единственное значение m есть 0. Результирующий вектор состояния таков:

$|\Psi \text{ singlet}\rangle = 1/\surd 2\ (|\alpha(1)\rangle\ |\beta(2)\rangle - |\beta(1)\rangle|\alpha(2)\rangle)$,

где

$|\alpha(1)\rangle = |\sigma_{1z}{=}{+}1\rangle$

$|\beta(1)\rangle = |\sigma_{1z}{=}{-}1\rangle$

$|\alpha(2)\rangle = |\sigma_{2z}{=}{+}1\rangle$

$|\beta(2)\rangle = |\sigma_{2z}{=}{-}1\rangle$.

Как рассчитать корреляционную функцию $c(\mathbf{a},\mathbf{b})= \langle(\boldsymbol{\sigma_1}\bullet\mathbf{a})\otimes(\boldsymbol{\sigma_2}\bullet\mathbf{b})\rangle_{|\Psi singlet\rangle}$? Взяв ось Z вдоль направления единичного вектора **a** и выбрав ось x с таким расчетом, что единичный вектор **b** оказывается расположенным в плоскости xz, образуя угол θab с **a,** мы пишем

$C(\mathbf{a},\mathbf{b}) = <\Psi$ singlet$|\ (\sigma_{1z} \otimes (\sigma_{2z}\cos\theta ab + \sigma_{2x}\sin\theta ab)\ |\Psi$ singlet$>$.

Используя вышеприведенное выражение для $|\Psi$ singlet$>$, мы можем оценить действие операторов спина на $|\Psi$ singlet$>$. Таким образом мы получаем

$$C(\mathbf{a},\mathbf{b}) = -\cos\theta ab, \qquad (1.105)$$

где θ - угол между направлениями а и в.